

## Kalba, žaidimas ir skaičius

### Tiriamasis požiūris į matematikos mokymą pradinėse klasėse

George Hunt

Matematika gali būti laikoma pranešimų apie skaičius, formas ir ryšius perdavimo sistema, kurioje naudojama daugybė išskirtinių žanrų ir teksto rūšių (Marks, Mousely, 1990). Tyrinėdami problemas ir dalydamiesi suvokimu, matematikai pasitelkia šnekamąją kalbą. Per matematikos pamokas naudojami vadovėliai, kuriuose užduotys išdėstytos specifinėmis formuluotėmis, perteikiančiomis besimokančiajam prasmę. Mokytojai kalba kalba, kurioje vartojami tam tikri žodyno ir gramatikos modeliai (tai ypač akivaizdu formuluojant klausimus). Prasmė taip pat atskleidžiama per diagramas, piešinius, grafikus ir kitas vaizdines priemones, tokias kaip plakatai ar kompiuterių monitoriai. Besimokydami matematikos, mokiniai dažnai susiduria su sunkumais. Jie nesugeba suvokti teksto formuluočių, kurias matematikai įpratę vartoti, ir todėl iki galo nesuvokia šių tekstų prasmės. Matematikos tekstai paprastai rašomi minimalistine simbolių ir lygčių kalba, kuri nepanaši į kasdienę kalbą ir neturi sąsajų su kasdienio gyvenimo specifika. Pokalbio ištrauka, kurią pateikia mokslininkas Martinas Hughesas, tai puikiai iliustruoja:

Martinus Hughesas: *Kiek bus trys ir dar vienas?*

Remas (vaikas): *Kas dar vienas?*

Martinus Hughesas: *Na... tiesiog dar vienas.*

Remas (suirzęs): *Nežinau.*

(Hughes, 1986, p. 45)

Iš pradžių panagrinėkime ketvirtoje klasėje vedamą pamoką, kur Anita susižavėjusi seka dramatišką istoriją ir išitraukia į kūrybinį rašymą. Mokytojas pradeda pamoką nuo pasakos apie Jonuką ir Grytutę skaitymo. Ši baisi istorija apie raganą, pagrobusią girioje pasiklydusius vaikus ir ketinančią juos suryti, mokiniams jau žinoma iš ankstesnių metų, todėl perskaitę pasaką vaikai grupelėmis po tris ją inscenizuoja. Tačiau šį kartą mokytojas duoda jiems naujų netikėtų užduočių. Suvaidinę iki tos vietos, kur ragana ruošiasi iškepti ir suėsti Jonuką, mokiniai turi pakeisti pasakojimą. Aktoriai, vaidinantys Jonukus ir Grytutes, užuot išsivadavę iš raganos nelaisvės ir ją pačią įstūmę į krosnį, šioje vietoje mėgina įtikinti raganą, kad grobti ir ēsti niekuo nekaltus keliauninkus yra neteisinga. Aktoriai, vaidinantys raganas, savo ruožtu turi principingai apginti sprendimą suėsti vaikus. Po trijų minučių ginčo, kurio metu ne tik linksmai juokaujama, bet ir verda aistros, vaidinantys raganas ramiai atsisėda, užmerkia akis ir pamėgina įsivaizduoti, kaip atrodo būti pasiklydusiam miške ir po to būti pagrobtam bei suėstam raganos. O vaidinantys Jonukus ir Grytutes stengiasi įsivaizduoti, kaip galima jaustis, kai į tavo mažą tylų namelį viduryje girios įsibrauna du vaikigaliai, o kai bandai įsibrovėlius nubausti, jie iškepa tave pačią tavo pačios krosnyje.

Vaikai vis dar dirba grupelėmis. Dabar jų užduotis – perteikti savo apmąstymus, kuriuos sukėlė pasaka. Vaidinantys Jonukus ir Grytutes pasakoja raganos vardu, o vaidinantys raganas – Jonuko ir Grytutės vardu. Anita rašymas nėra labai lengvas dalykas, bet jai patiko ši pasaka, idėjos veržte veržiasi, o kitų grupės narių parama padeda lengvai jas suguldyti popieriuje.

Rašiniai surenkami, ir Anita staiga apima nerimas: ji suvokia, jog tai – matematikos pamoka, ir dabar jie turės pasikartoti daugybės iš keturių lentelę. Matematika – pati nemėgstamiausia Anitos pamoka, o daugyba iš keturių – viena iš

pačių nemėgstamiausių matematikos užduočių. Ji baugščiai prisijungia prie klasės, kai mokytojas pakviečia vaikus atsakinėti daugybės lentelę. Anita pakankamai gerai žino kelias pirmas eilutes, bet visa lentelė tokia monotoniška, kad vėliau mergaitė susipainioja. Tai lyg daina, neturinti nei melodijos, nei kokio siužeto, ar lyg nenutrūkstanti poema, neturinti rimo ir įsimintinų vaizdinių.

### Matematinis mąstymas

Mokiniai turėtų tyrinėti kuo daugiau savo gyvenimo aspektų pasinaudodami matematiniais metodais ir terminija. Dirbant su jaunesniais mokiniais tyrinėjimai, prasidėję nesudėtingais aukščio, svorio, amžiaus, ritmo ir kvėpavimo normos matavimais, gali būti praplėsti ir susieti su asmeniškais dalykais:

- Kiek kartų per dieną jūs įkvepiate?
- Kiek galite nueiti per dieną? Kur taip eidami pakliūsite?
- Kiek valandų šiais metais žiūrėjote televizorių?
- Kiek kilogramų maisto suvalgysite šią savaitę?

Dirbant su vyresniais mokiniais užduočių spektras gali būti beribis:

- Įvertinkite ir paskui pamėginkite apskaičiuoti savo paties masę ir paviršiaus plotą (pradžioje geriausia išbandyti tai su obuoliu).
- Raskite būdą, kaip apskaičiuoti jūsų plaučių pajėgumą.
- Jei gautumėte tiek monetų, kiek patys sveriate, kokio nominalo monetą rinktumėtės?
- Kiek protėvių jūs turėjote per pastaruosius tūkstantį metų?
- Nubraižykite kreivę, parodančią jūsų gyvenimo trukmę, ir palyginkite ją su pasitenkinimo jūsų ugdymu kreive.

Anita žino, jog pirmas eilutės skaičius kitoje eilutėje padidėja po vieną vienetą, antras eilutės skaičius visada lieka toks pats, o paskutinis – visą laiką keičiasi, tačiau koku būdu, tai jai nesuprantama. Tuo metu, kai klasė jau įpusėjusi daugybės lentelę, Anita tik beprasmiškai judina lūpas, baimindamasi, jog mokytojas iš jos lūpų supras, kad jai nesiseka įsiminti šitos baisyai svarbios skanduotės. Tačiau visiems kitiems klasėje, regis, daugybės lentelė labai lengvai einasi. Anita nori stabtelėti ir įsiklausyti, tikėdamasi, jog supras, ką jie sako, bet taisyklė yra tokia: kiekvienas turi prisijungti ir skanduoti kartu su visa klase.

Pasibaigus užduočiai, Anita dar labiau išsigąsta, nes dabar mokytojas kviečia mokinius atsakinėti po vieną. Anita stengiasi išvengti skubrių mokytojo žvilgsnių ir atsitiktinai kam pakliūva išmėtytų klausimų: šešiskart keturi... aštuoniskart keturi... penkiskart keturi... Anita negali nuspėti nė vieno atsakymo iš lentelės sekos, be to, vaikui, kuriam pateiktas klausimas, mokytojas visiškai neduoda laiko pagalvoti ir prisiminti lentelę – teisingas atsakymas jau turi būti paruoštas ant paties liežuvio galiuko. Anita girdi, jog vienas kitas vaikas kliūva, atsako neteisingai. Ne, ji nesišaiपो iš jų nesėkmių kaip kai kurie klasės galvočiai, bet vis dėlto mergaitei pasidaro šiek tiek ramiau, kad ne ji viena klasėje tokia višta, neišmananti matematikos.

Anitai pavyko išvengti pažeminimo šioje pamokos dalyje, bet pats baisumas dar laukia. Vaikai suskirstomi grupelėmis pagal matematinius sugebėjimus ir jiems

įteikiamos užduotys. Anita užima savo vietą pačių silpniausiųjų grupelėje ir įsiziūri į užduotį.

Jai tereikia užpildyti tarpelius, t. y. įrašyti skaičius ten, kur jų nėra iš daugybos lentelės atšviestose ir sumaišytose keliose eilutėse, bet nuo tų skaičių ir ženklų rikiuočių bei mažų tuščių langelių mergaitė ima suktis galva. Anita norėtų pakalbėti su kuo nors apie šią užduotį, tačiau vaikai, nors ir sėdi grupelėmis, negali aptarti darbo bei padėti vieni kitiems. Mokytojas paprašo pradėti ir dar kartą įspėja, kad norėtų sužinoti, kiek jie gali padaryti pavieniui, o ne kartu su kitais vaikais. Anita ryžtingai imasi darbo: ji išbando metodą, kurį draugai iš aiškino jai žaidimų aikštelėje. Jeigu paimtum pirmą skaičių ir pirštais padaugintum iš keturių, tai ir gautum teisingą atsakymą. Mergaitė patinka skaičiuoti daiktus, ji dažnai galvodavo, įmanoma ar ne skaičiuoti be galo. Pirmą tuščią tarpelį Anita rado tokioje eilutėje:

$$6 \times 4 = ?$$

Mergaitė pirštais keturis kartus atskaičiuoja po šešis ir užrašo teisingą atsakymą – 24. Taip apskaičiuoja ir kelias kitas eilutes. Mokytojas, priešęs prie jų grupelės, pažymi, jog visi Anitos atsakymai yra teisingi! Mergaitė švyti, bet vienas mokinys iš jos grupelės lepteli mokytojui, kad Anita sukčiauja – skaičiuoja pirštais. Mokytojas atkerta, jog nemėgsta skundikų, ir ramiai primena Anitai, kad šią užduotį reikia atlikti mintyse. Nusiminusi mergaitė vėl imasi pratimo ir įrašo kitą atsakymą, slėpdama pirštus po suolu. Ir čia ji prieina aklavietę. Kitoje užduotyje tuščias tarpelis, kurį reikia užpildyti, yra ne pabaigoje, bet pradžioje eilutės! Anita perskaito:  $? \times 4 = 36$ . Ji mąsto, ar nereikėtų šį kartą skaičiuoti atgaline tvarka, nes, atrodo, užduotį reikia atlikti iš kito galo. Atgaline tvarka ji moka skaičiuoti taip pat gerai, kaip ir į priekį, bet iš kur žinos, kada sustoti, nerimauja Anita. Ji mėgina iš 36 atskaičiuoti keturis kartus po keturis ir prieina iki 20. Užrašo šį skaičių, bet neatrodo, kad tai būtų teisingas atsakymas. Anita kankinasi su šita eilute, beviltiškai žvilgčiodama į kitus vaikus, kurie pluša pasitikėdami savimi, o skaičiai grumiasi jos galvoje ir rangosi pirštais, pakištais po suolu. Pamokai baigiantis, ji taip ir lieka nė kiek nepriartėjusi prie teisingo sprendimo. Paimdamas jos pusiau užbaigtą darbą, mokytojas liūdnai pažvelgia į Anitą. Mergaitė žino, ši užduotis jos dar lauks ir rytoj.

Tą naktį Anita sapnavo košmarą apie daugybos iš keturių lentelę.

Šis Anitos kankynės su daugyba iš keturių aprašymas – tikra istorija. Atpasakota čia taip smulkiai todėl, kad ji turėtų pagrįsti daugelį toliau pateikiamų argumentų. Toks matematikos pamokos, kokią vedė Anitos mokytojas, vaizdas yra tradicinis ir labai skiriasi nuo jo raštingumo pamokų, kaip aiškėja iš pamokos pasakojimo. (Šioje pamokoje galima atpažinti žadinimo, prasmės suvokimo, apmąstymo pakopų užuomazgas.) Nors pamokos pradžioje mokytojas vykusiai įtraukė mokinius į diskusijas, vaidmenų žaidimą ir derybas, tačiau šie elementai yra vertinami kaip nepalankūs mokantis matematikos. Šiuo atveju mokymo dalykas suprantamas kaip virtinė faktų ir metodų, kuriuos konkretus mokinys turi įsiminti dirbdamas vienas.

Toks mokytojo požiūris iliustruoja pagrindinę problemą stengiantis sukurti kritinio požiūrio į matematikos mokymą sampratą. Kritinis mąstymas skatina diskusiją tarp priešingų požiūrių, bet kaip galima ginčytis dėl atsakymo, kuris gaunamas skaičiuojant? Kritinis mąstymas skatina ieškoti skirtingų atsakymų, bet kaip galima skirtingai atsakyti į standartinę matavimo užduotį? Kritinis mąstymas skatina kūrybiškumą, bet matematiniai veiksmai – tai griežta tvarka, nuo kurios negalima nukrypti. Šiais pavyzdžiais siekiama įrodyti, kad matematinė tiesa susideda iš neginčijamų grynų faktų. Mokytojo darbas – kiek galima suprantamiau paaiškinti faktus. Besimokančiojo darbas – juos įsiminti ir kuo daugiau dirbti praktiškai naudojant išmokus metodus. Mokytojas pateikia informaciją, mokinys klauso ir kartoja.

Pagal klasikinį požiūrį matematika suprantama kaip dalykas, įkūnijantis amžinas tiesas, tikslumą ir tobulumą. Remiantis šiuo požiūriu, matematika visada egzistavo ir egzistuos net ir tuomet, jeigu žmonija išnyktų. Juo apeliuojama į mūsų sveiką protą – nesunku įsivaizduoti pasaulį, kuriame nėra žmonių, bet vienas plius vienas vis tiek yra du. Galiausiai šis požiūris siejasi su Pitagoro bei Platono idėja, kad pasaulis toks, koki mes jį pažįstame, yra netobula tikro grynų matematinių formų pasaulio kopija. Anapus kintančių jutiminių duomenų pasaulio yra nesikeičianti ir amžina realybė, o matematikos tiesos yra tiek artimos, kiek mes galime į jas prasiskverbti. Greta šios idėjos yra nepasitikėjimas jutimine patirtimi ir kalba, į kurią žiūrima kaip į nuvertintą kasdieninio gyvenimo reiškinių. Pirminė realybė gali būti pasiekama tik vadovaujantis labai griežta logika.

Egzistuoja dar vienas požiūris, pagal kurį matematika traktuojama ne kaip amžinų tiesų visuma, bet kaip žmogaus išradimas, panašiai kaip kalba ar įrankių naudojimas. Remiantis šiuo požiūriu, visų rūšių žinios nėra paprastai atrandamos per jausmus ar gryną protą, bet nuolat konstruojamos pačių žmonių, siekiančių prisitaikyti prie aplinkos, kurioje jie gyvena. Konstruktyvizmas pedagogikoje yra glaudžiausiai susijęs su Jeano Piaget darbais. Šis biologas įrodinėjo, jog pažintinė raida – tai ypatinga biologinės adaptacijos forma. Svarbiausias jo teorijos teiginys – žmonės intelektualiai vystosi prisitaikdami prie pasaulio, sugerdami naują informaciją ir derindami savo protines struktūras prie jos. Veiksmas ir veikla yra pagrindinės Piaget teorijos sąvokos: visi mentaliniai procesai yra pagrįsti veiksmu, o pats mąstymas laikomas integruotu veiksmu, aktyvaus tyrinėjimo, kuris vyksta galvoje, forma.

Konstruktyvizmo šalininkai pabrėžia, jog mes neturime priėjimo prie objektyvios realybės. Į matematikos tiesas žiūrima kaip į socialinę išradimą, padedantį mums tvarkyti pasaulį, o šių tiesų perpratimas – tai socialinis procesas, kaip ir kalbos mokymasis ar susipažinimas su žaidimo taisyklėmis. Norėdami suvokti naujas matematikos struktūras ir taisykles, turime gebėti integruoti naują informaciją į prieš tai egzistavusią struktūrą, kuri remiasi ankstesne matematikos patirtimi. Jeigu pasiseka asimiliuoti šią patirtį, nauja struktūra tampa daug sudėtingesnė bei lankstesnė, ir mūsų matematiniai gebėjimai padidėja. Paprastai vaikai matematikos idėjas supranta visiškai kitaip nei suaugusieji, kadangi vaikų požiūris į pasaulį visiškai kitoks, o jų susidarytos matematikos schemas, apibrėžtų idėjų struktūra, sisteminanti įgytą patirtį, yra mažiau išplėtoti nei suaugusiųjų, kurie puikiai išmano matematikos idėjas ir turi šios srities patirties.

Kad galėtume sėkmingai mokyti vaikus, turime atmesti prielaidą, jog informacija gali būti paprasčiausiai perduota iš vienos galvos į kitą per mokyklinę lentą ar vadovėlį. Mokydamas sąvokų, mokytojas turi sužinoti, kaip mokiniai vertina susijusias idėjas, ir tuomet nukreipti juos imtis veiklos, kuri leistų mokiniams pertvarkyti susidarytus vaizdinius ir susikurti adekvatesnę schemą.

Tai socialinis procesas, kuris vyksta per kalbą. Levas Vygotsky, rusų psichologas, Piaget amžininkas, kuriam vėlesni Piaget darbai padarė didelę įtaką, įrodinėjo, jog mintis, kaip tokia, kyla iš socialinės kalbos, atsirandančios kaip rūšis tam tikro monologo, kuriuo sprendžiame problemas ir reguliuojame savo elgesį. Dažnai pasitaikantis žmogaus įprotis kalbėtis balsu su savimi, kai reikia išspręsti kokį nors sunkų klausimą, tai ne kas kita, o nugramzdintos vidinės kalbos iškilimas į paviršių. Jis įrodinėjo, jog visi aukštesni psichologiniai procesai žmogaus sąmonėje vyksta du kartus: pirmą kartą – socialinės sąveikos lygiu, o vėliau – individualios pažintinės raidos lygiu.

Šios dvi žmogaus mąstymo traktuotės mintis kaip integruotas veiksmas ir mintis kaip integruota kalba – turi didelę reikšmę mokant ir mokantis matematikos. Svarbiausias dalykas per matematikos pamokas turėtų būti ne atskiras mechaninio įsiminimo procesas, o matematinei visuomenei būdinga matematinė veikla (Davis, Maher, Noddings, 1990). Norint kuo daugiau išmokti, šita veikla turėtų atspindėti

besimokančiojo poreikius, interesus ir žinių troškimą; kad būtų kuo lengviau susitelkti bendram darbui, besimokanti bendruomenė turi būti draugiška, pasirošusi bendradarbiauti ir atvira naujoms idėjoms bei tyrimams. Trumpiau tariant, ji turi būti *demokratiška*.

O dabar grįžkime į Anitos klasę ir pažiūrėkime, kas vyko kitą dieną. Ta naktis, kai Anita kankino košmaras apie daugybės iš keturių lentelę, jos mokytojui irgi buvo nerami. Iš Anitos suglumusios išraiškos jis suprato, jog jai paskirta užduotis buvo per sunki, o ištaisyti rašto darbai tik patvirtino, kad Anita yra viena iš daugelio mokinių, kuriems nepaprastai sunkiai sekasi elementarus daugybės veiksmi. Mokytojas netgi linksta pasiduoti pagundai priimti kaip neišvengiamą nuostatą, kad kai kurie vaikai paprasčiausiai negali suprasti matematikos; jam netgi šmėsteli mintis, jog mokytojų kambaryje sukurtas mitas, kad mergaitėms iš prigimties prasčiau sekasi matematika nei berniukams, iš dalies yra teisingas. Bet Anitos mokytojas – mėgstantis viską apsvarstyti savo amato žinovas, tad kruopščiai išanalizavęs savo mokymo metodus naktį praleidžia studijuodamas KMUSR vadovėlius.

Kitą rytą pirma pamoka – fizinis lavinimas. Apšilimo metu mokytojas moko vaikus žaidimo: 32 mokiniai turi greitai bėgioti po žaidimų aikštelę lyg molekulės Brownio judesio teorijoje. Tuomet mokytojas sviedžia šešis lankus ir sušunka: „Po keturis!“ Vaikai turi sušokti po keturis į tuos lankus. Kurie nepakliūna į lanką, gauna užduotį suskaičiuoti, kiek susidarė grupelių, ir pasakyti mokytojui, o šis užrašo ant lentos:  $6 \times 4 = 24$ . Žaidimas kartojamas sviedžiant vis kitokį skaičių lankų ir sušunkant vis kitokį skaičių, po kiek susigrupuoti, kol vaikai prisizaidžia, bet šie per atvėsimui skirtą pamokos laiką ir vėl nori žaisti šį žaidimą.

### Skaičiavimo sistemos

Suskirstykite dalyvius į dvi grupes. Vienai grupei duokite saują šiaudelių (geriausiai tiktų nuo 20 iki 50) ir paaiškinkite, kad dabar jiems reikės rasti būdą, kaip perduoti kitai grupei, kiek jie turi šiaudelių. Atliekančiai šią užduotį grupei neleidžiama skaičiuoti skaičiais, didesniais kaip trys, tačiau leidžiama naudoti gumytes, įvairaus dydžio krepšius bei dėžes, norint sugrupuoti šiaudelius bet kokių, jų manymu, tinkamu būdu. Skirkite grupei pakankamai laiko šios problemos sprendimui aptarti. Derėtų jiems priminti, kad šioje sutartinėje skaičiavimo sistemoje nėra skaičiaus, didesnio kaip devyni. Taigi kaip reikia išdėstyti daiktus, kai norime išreikšti skaičių, didesnę negu devyni?

Grupė turėtų apskaičiuoti, kaip sugrupuoti šiaudelius į ryšuliukus po tris, po to tuos ryšuliukus suskirstyti į grupes po tris, o tas grupes išdėlioti į krepšius ar dėžes, simbolizuojančius didesni dydį. Tada paeiliui šituos krepšius ar dėžes suskirstyti į grupes po tris ir kiekvieną grupelę sudėti į konteinerius, simbolizuojančius dar didesni dydį. Tuomet grupė turi sugalvoti ženklų sistemą, kuri leistų kitos grupės nariams nustatyti tikslų šiaudelių skaičių *patiems jų nematant*. Ši sistema gali būti panaši į tradicinę skaičiavimo sistemą, bet nebūtinai.

Kaip ir matematinio bendravimo plėtojimas, taip ir šis pratimas turėtų padėti suvokti paprastai vartojamos dešimtainės sistemos reliatyvumą.

Per dailės pamoką Anita prisijungia prie grupės, kuri siunčiama pasižvalgyti po mokyklos aplinką ir paieškoti daiktų, turinčių keturis vienodus objektus. Jie nusibraižo durų ir langų eskizus. Pastebi plytų mūrą, knygų, kilimėlių, sienų ir dėžių stačiakampes formas. Vienas vaikas pamato ant sienos kabantį plakatą, iliustruojantį keturis metų laikus, kitas suvokia, kad visi mokyklos stalai ir kėdės turi po keturias kojas. Kai mokiniai sugrįžta atgal, mokytojas jiems išdalija po keturis spalvotus pieštukus ir ilgą siaurą juostą languoto popieriaus su keturiais kvadratais, nubrėžtais vertikaliai lapo pakraštyje. Spalvodami kvadratus, jie turi nustatyti, keliais skirtingais būdais galima surikiuoti keturias spalvas, naudojant toje pačioje eilutėje tik po vieną spalvą. Pradžioje Anita ima spalvoti kvadratus kaip pakliūva, bet beplepėdama su drauge pastebi, kad ši darbą atlieka pagal tam tikrą sistemą: pirmiausia raudonai nuspalvino kvadratus pirmose eilutėse, paskui, vis keisdama spalvą, likusiose, tada, pradėdama vis kita spalva, paėliui nuspalvino visų eilučių kvadratus. Anita irgi perima šį būdą ir greitai abi su drauge jau žino, koks užduoties atsakymas. Tuomet jos ima aptarinėti, keliais būdais taip galima išdėlioti penkis ir keturias spalvas.

### Dviejų dalių dienoraštis

Dviejų dalių dienoraščio metodas gali būti pasitelkiamas per matematikos pamokas norint paskatinti reguliarių mokinių ir mokytojo bendravimą, taip pat paakinti mokinius apmąstyti atliekamas užduotis. Mokiniai padalija kiekvieną užrašų puslapį į dvi dalis arba naudojami jau esančiomis paraštėmis. Atlikdami užduotį, kaip ir skaitydami tekstą, pirmoje skiltyje pasižymi trumpas pastabas, kaip jie reagavo į konkrečią problemą, nurodo klaidų priežastis, pamini sunkumus ir kt. Šis metodas ypač naudingas, kai mokiniai nagrinėja naują temą.

Per matematikos pamoką bauginanti daugybės iš keturių lentelė vėl kartojama, bet šį kartą skiriama konkreti užduotis sudaryti lentelę iš keturių dalių. Anita su drauge gauna saujelę centimetro dydžio medinių kubelių ir medinę kvadratinę lentą. Jų užduotis - nustatyti, kiek kvadraturų joms prireiks sudaryti lentelei, kurios aukštis – 12 centimetrų. Jos išdėsto pirmus keturis kubelius atitinkamose vietose ir užrašo  $1 \times 4 = 4$ . Tuomet mergaitės toliau lipdo keturių dalių lentelę, kaskart pridėdamos po vieną dalį ir vis užrašydamos, kiek iš viso yra panaudota kaladėlių. Anitai, matančiai, kaip lentelės dalys palaiptai ilgėja, o neįprastų blokelių krūva mažėja, skaičiai, kuriuos jos daugina ir užrašinėja, liaujasi atrode atsitiktiniai ir atskleidžia tam tikrą modelį. Ir nors paskutinis lentelės blokas dar neužpildytas, mergaitės jau nujaučia, koks bus atsakymas. Įsigilinusios ir visiškai pasitikėdamos savo jėgomis, jos toliau spėlioja, kiek kubelių prireiktų ilgesnei lentelei.

Baigiantis dienai daugybės iš keturių lentelė Anitai jau neatrodo košmariška.

Paanalizuokime išsamiau skirtumus tarp pirmos matematikos pamokos ir veiklos, kurios buvo imtasi kitą dieną:

- *Socialinis sugrupavimas, kai labiau vertinamas demokratiškas dalyvavimas grupės veikloje nei išskirtinumas.*

Požymis, pagal kurį sugrupuojame vaikus klasėje, jiems yra tiksliausias kriterijus nusistatant savo vietą klasės hierarchinėje sistemoje. Vaikai, kurie nuolat priskiriami „menkų matematinių gabumų“ grupei, netenka galimybės dalyvauti gabesniųjų

matematikų pokalbiuose. Jie pradeda laikyti save negabiais pašaliečiais, negalinčiais prisijungti prie elitinės grupės, suprantančios matematiką.

- *Diskusijų skatinimas, o ne darbas tylomis.*

Diskusijose besimokantieji gali drauge pademonstruoti savo sugebėjimus, prisidėti prie kitų pasiūlytos idėjos, priimti hipotezes, pagrįsdami jas konstruktyvia kritika bei įvertindami įvairiais požiūriais. Tylioje klasėje nė vienas iš šių dalykų nepasiekiamas.

- *Skatinimas imtis konkrečios veiklos.*

Mokiniam, ypač pradinių klasių, labai svarbu tiesiogiai išbandyti fizinius reiškinius, iš kurių kyla matematikos simbolizmas. Konkreti veikla, tokia kaip grupavimas, tyrinėjimas, manipuliavimas ir kūrimas, yra skirta šioms abstrakcijoms paversti atpažįstamomis reikšmėmis: Anita ima suvokti daugybės iš keturių lentelės skaičių ryšius tiesiogiai pertvarkydama vieną jų apibendri namą reiškinį. Ir priešingai – draudimas atlikti matematinius veiksmus tokiais konkrečiais metodais kaip skaičiavimas pirštais blokuoja vaikų priėjimą prie apčiuopiamų matematikos dalykų, o to jiems ypač reikia pradinėse klasėse.

- *Neturinčios nustatytų sprendimo ribų, o ne reikalaujančios vieno konkretaus atsakymo užduotys.*

Kadangi antrą dieną Anitai reikėjo surasti vienareikšmį matematikos užduoties atsakymą, veikla, kuri vedė tų atsakymų link, buvo daugiau tiriama, o ne mechaninis per ankstesnes pamokas išmuktų metodų pakartojimas. Įsitraukimas į tokius tyrinėjimus gali ugdyti besimokančiųjų kūrybinės nežinios jausmą, o ne rūpestį kuo greičiau prisikasti prie teisingo atsakymo.

- *Žaidimų vertinimas.*

Skirti besimokantiesiems laiko pažaisti su idėjomis ir atrasti naujus derinius, kurie gali būti ir naudingi, ir nenaudingi, pavojingas dalykas turint galvoje labai įtemptą mokymo programą. Tačiau taip ne tik sudaroma reali galimybė atskleisti ką nors naujo, įdomaus (naudingi atradimai, atskleidžiami atsiktinai), bet ir suteikiama proga mokiniams pailsėti nuo griežtai vertinamo darbo ir atgauti jėgas. Apie didelę žaidimų naudą besimokantiesiems yra nemažai prirašyta. Dauguma mokytojų paliudijo stulbinantį mintinio skaičiavimo meistriškumą, kurį pademonstruoja šiaip aritmetikos neišmanantys mokiniai, kai skaičiuoja balus žaisdami žaidimą (pavyzdžiui, mėtydami strėles į taikinį), reikalaujantį greitai sudėti, sudauginti ir atimti. Tačiau žaidybinis matematikos aspektas daugeliui mokytojų vis dar yra skaudi vieta: paskatinę vaikus įsitraukti į žaidimus, jie dažnai jaučiasi nusikalte.

- *Matematika - kasdienis vyksmas, o ne mažai kam suprantamos žinios.*

Tas faktas, kad kai kurios matematikos idėjos per dieną buvo pakartotos įvairiu laiku ir įvairiais būdais, mokiniams perša mintį, kad matematika – tai žmogaus veikla, kuri gali suteikti informacijos ir palengvinti nemažai dalykų. Matematika gali padėti sukurti estetiškai patrauklių objektų, ji gali paveikti etinius sprendimus, be jos neapsieina nė vienas mokslinis tyrimas.

Turime sudominti besimokančiuosius, kad jie galėtų įsitraukti į matematiką kiek galima įvairesniu lygiu, žvelgtų į ją su pasitikėjimu ir įdomumu.

- *Asmeninis įsitraukimas.*

Apibendrinami visa tai, galime daryti išvadą, kad mūsų tikslas – įtraukti mokinius, kaip mąstančias ir jaučiančias asmenybes, į matematikos dalykus, skatinti smalsumą ir žavėjimąsi šiuo mokymo dalyku, parodyti, kad matematika yra daugiau kiekvieno žmogaus asmeninio gyvenimo išraiška nei tolimos neaiškios paslaptys,

prieinamos tik elitui. Tai gali sušvelninti problemas, kylančias dėl mokinių neteisingo supratimo apie matematikos atotrūkį nuo sveiko proto. Daugelis mokytojų susiduria su matematikos klaidomis, kai mokinys pateikia visiškai absurdišką atsakymą kaip pusiau suprasto algoritmo beprasmiško taikymo išdavą, negalvodamas apie tikrą problemos esmę. (Pavyzdžiui, Jane turi 21 dolerį ir išleidžia 6. Kiek dolerių jai lieka? Maži mokiniai dažnai atsako, jog lieka 25 doleriai, nes šio tipo užduotis jie sprendžia pagal taisyklę: visados iš didesnio skaičiaus atimamas mažesnis.) Veikla, kuri įtraukia besimokančiuosius kuo įvairesniu lygiu, padeda jiems racionaliau apsvarstyti problemas ir labiau pasitikėti savo jėgomis.

Gaila, kad mūsų pasakojimas apie pirmą apsilankymą Anitos klasėje buvo pagrįstas tikru atsitikimu, o apie antrą – noru, kad tokios svajonės išsipildytų. Pakeisti mokymo, besiremiančio giliai išsisknijusiu įsitikinimu apie mokomo dalyko ir besimokančiojo prigimtį, stilių – tai ne vienos nakties darbas. Taip pat sunku patikėti, kad koks nors mokytojas imsis esminių pokyčių nepasitaręs su kolegomis ir neišstudijavęs alternatyvių metodų. Tačiau optimizmo teikia tas faktas, kad dauguma mokytojų, kurie nuo mechaninio išiminimo pereina prie tyrinėjimo metodų, pastebėjo stipresnę mokinių motyvaciją bei mokymosi pokyčius, vedančius į didesnę lankstumą ir didesnę pasitikėjimą savo matematiniu mąstymu.

---

*George'as Huntas - Jungtinės Karalystės skaitymo universiteto ugdymo kalbos dėstytojas, KMUSR projekto Mongolijoje savanoris.*

---